Hexadezimalzahlen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Schreibweise zur Basis 16
- Kürzere Darstellung für lange Binärzahlen

Umwandeln von Hexadezimaldarstellung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Umwandeln von hexadezimal nach binär:
  - Wandele $4AF_{16}$ (auch geschrieben als 0x4AF) nach binär

- Umwandeln von hexadezimal nach dezimal:
  - Wandele 0x4AF nach dezimal

MOODLE TEST IN ZWEI FOLIEN

Umwandeln von Hexadezimaldarstellung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Umwandeln von hexadezimal nach binär:
  - Wandele $4AF_{16}$ (auch geschrieben als 0x4AF) nach binär
  - $0100\ 1010\ 1111_2$

- Umwandeln von hexadezimal nach dezimal:
  - Wandele 0x4AF nach dezimal
  - $16^2 \times 4 + 16^1 \times 10 + 16^0 \times 15 = 1199_{10}$

Bits, Bytes, Nibbles…

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Bits (Einheit *b*)
  - Höchstwertiges Bit (*msb*)
  - Niedrigstwertiges Bit (*lsb*)

10010110

most significant bit — least significant bit

- Bytes (Einheit *B*) & Nibbles

byte

10010110

nibble

- Bytes
  - Höchstwertiges Byte (*MSB*)
  - Niedrigstwertiges Byte (*LSB*)

CEBF9AD7

most significant byte — least significant byte

MOODLE FRAGE

- Bitte jetzt auf Moodle eine Frage beantworten!

Zweierpotenzen und Präfixe

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- 2^{10} = 1 Kilo (K) ≈ 1000 (1024)
- 2^{20} = 1 Mega (M) ≈ 1 Million (1,048,576)
- 2^{30} = 1 Giga (G) ≈ 1 Milliarde (1,073,741,824)

- Beispiele
  - 4 GB: Maximal adressierbare Speichergröße für 32b-Prozessoren
  - 16M x 32b: erste GDDR5-Speicherchips für Grafikkarten

- Vorsicht Falle:
  - Deutsch 10^9=1 Milliarde
  - US English 10^9=1 *billion*

Zweierpotenzen schnell schätzen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Was ist der Wert von 2^{24}?

- Wie viele verschiedene Werte kann eine 32b Variable annehmen?

Zweierpotenzen schnell schätzen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Was ist der Wert von 2^{24}?

  $2^4 \times 2^{20} \approx$ 16 Millionen

- Wie viele verschiedene Werte kann eine 32b Variable annehmen?

  $2^2 \times 2^{30} \approx$ 4 Milliarden

Addition

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Dezimal

```
      11  ← Überträge
    3734
+   5168
-------
    8902
```

- Binär

```
      11  ← Überträge
    1011
+   0011
-------
    1110
```

Beispiele für Addition von Binärzahlen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Addiere die 4-bit Binärzahlen

$$\begin{array}{r} 1001 \\ +\ 0101 \\ \hline \end{array}$$

- Addiere die 4-bit Binärzahlen

$$\begin{array}{r} 1011 \\ +\ 0110 \\ \hline \end{array}$$

Beispiele für Addition von Binärzahlen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Addiere die 4-bit Binärzahlen

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1001 \\ +\ 0101 \\ \hline 1110 \end{array}$$

- Addiere die 4-bit Binärzahlen

$$\begin{array}{r} 111 \\ 1011 \\ +\ 0110 \\ \hline 10001 \end{array}$$

Überlauf!

Überlauf

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Digitale Systeme arbeiten mit einer festen Anzahl an Bits
  - In der Regel, es gibt aber durchaus Ausnahmen!
- Eine Addition läuft über, wenn ihr Ergebnis nicht mehr in die verfügbare Anzahl von Bits hineinpasst
- Beispiel: 11+6, gerechnet mit 4b Breite

Vorzeichenbehaftete Binärzahlen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Darstellung als Vorzeichen und Betrag
- Zweierkomplement

Darstellung als Vorzeichen und Betrag

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- 1 Vorzeichenbit, *N*-1 Bits für Betrag

$$A : \{a_{N-1}, a_{N-2}, \ldots, a_2, a_1, a_0\}$$

- Vorzeichenbit ist höchstwertiges Bit (msb)
  - Positive Zahl: Vorzeichenbit = 0
  - Negative Zahl: Vorzeichenbit = 1

$$A = (-1)^{a_{n-1}} \sum_{i=0}^{n-2} a_i 2^i$$

- Beispiel: 4-bit Vorzeichen/Betrag-Darstellung von ± 6:

  +6 =

  - 6 =

- Wertebereich einer Zahl in Vorzeichen/Betrag-Darstellung :

Darstellung als Vorzeichen und Betrag

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- 1 Vorzeichenbit, *N*-1 Bits für Betrag

$$A : \{a_{N-1}, a_{N-2}, \ldots, a_2, a_1, a_0\}$$

- Vorzeichenbit ist höchstwertiges Bit (msb)
  - Positive Zahl: Vorzeichenbit = 0
  - Negative Zahl: Vorzeichenbit = 1

$$A = (-1)^{a_{n-1}} \sum_{i=0}^{n-2} a_i 2^i$$

- Beispiel: 4-bit Vorzeichen/Betrag-Darstellung von ± 6:

  +6 = **0110**

  - 6 = **1110**

- Wertebereich einer Zahl in Vorzeichen/Betrag-Darstellung :

  $[-(2^{N-1}-1), 2^{N-1}-1]$

Darstellung als Vorzeichen/Betrag: Probleme

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Addition schlägt fehl
  - Beispiel: -6 + 6:

$$
\begin{array}{r}
1110 \\
+\ 0110 \\
\hline
10100
\end{array}
$$

(falsch!)

- Zwei Darstellungen für Null (± 0):

1000	(-0)
0000	(+0)

Zahlendarstellung im Zweierkomplement

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Behebt Probleme der Vorzeichen/Betrag-Darstellung
  - Addition liefert wieder korrekte Ergebnisse
  - Nur eine Darstellung für Null

Zahlendarstellung im Zweierkomplement

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Wie vorzeichenlose Binärdarstellung, aber …
  - msb hat nun einen Wert von -2^{N-1}

$$A = a_{n-1}\left(-2^{n-1}\right) + \sum_{i=0}^{n-2} a_i 2^i$$

- Größte positive 4b Zahl :
- Kleinste negative 4b Zahl :
- msb gibt immer noch das Vorzeichen an
  - 1=negativ, 0=positiv

- Wertebereich einer *N*-bit Zweierkomplementzahl:

Zahlendarstellung im Zweierkomplement

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Wie vorzeichenlose Binärdarstellung, aber …
  - msb hat nun einen Wert von -2^{N-1}

$$A = a_{n-1}\left(-2^{n-1}\right) + \sum_{i=0}^{n-2} a_i 2^i$$

- Größte positive 4b Zahl : **$0111 = 2^2 + 2^1 + 2^0 = 7$**
- Kleinste negative 4b Zahl : **$1000 = -2^3 = -8$**
- msb gibt immer noch das Vorzeichen an
  - 1=negativ, 0=positiv

- Wertebereich einer *N*-bit Zweierkomplementzahl:

  $[-(2^{N-1}), 2^{N-1}-1]$

Darstellung im Zweierkomplement

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Annahme: Umzuwandelnde Zahlen liegen im Wertebereich
  - *N* bit breites Zweierkomplement
  - Stelle Wert *k* im Zweierkomplement *z* dar

- Positive Zahlen $k >= 0$
  - Normale Binärdarstellung, restliche Bits bis einschließlich msb mit 0 auffüllen
  - Beispiel: $N = 5b$, $k = 3_{10}$ ➔ z=00011

- Negative Zahlen $k < 0$
  - msb auf 1 setzen, Wert soweit ist nun -2^{N-1}
  - Nun muss aufaddiert werden, bis gewünschter Zielwert *k* erreicht
    - Differenz $d = 2^{N-1} + k$, diese binär in untere Bits eintragen (Beginn bei lsb)
    - Beispiel: $N = 5b$, $k = -3_{10}$ ➔ $d = 2^4-3 = 16-3 = 13$ ➔ z = 11101

Zweierkomplement arithmetisch bilden

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- In beide Richtungen anwendbar
  - Vorzeichenwechsel: $k \rightarrow -k$

- Algorithmus
  1. Alle Bits invertieren (0➔1, 1➔0)
  2. Dann 1 addieren

- Beispiel: Vorzeichenwechsel von $3_{10} = 00011_2$

- Beispiel: Vorzeichenwechsel von $-3_{10} = 11101_2$

Zweierkomplement arithmetisch bilden

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- In beide Richtungen anwendbar
  - Vorzeichenwechsel: *k* ➔ *-k*

- Algorithmus
  1. Alle Bits invertieren (0➔1, 1➔0)
  2. Dann 1 addieren

- Beispiel: Vorzeichenwechsel von $3_{10} = 00011_2$
  1. 11100_2, 2. $11101_2 = -3_{10}$

- Beispiel: Vorzeichenwechsel von $-3_{10} = 11101_2$
  1. 00010_2, 2. $00011_2 = 3_{10}$

Weitere Beispiele Zweierkomplement

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Bestimme Zweierkomplement von $6_{10} = 0110_2$

- Was ist der Dezimalwert der Zweierkomplementzahl 1001_2?

Weitere Beispiele Zweierkomplement

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Bestimme Zweierkomplement von $6_{10} = 0110_2$

1. 1001
2. + 1

$1010_2 = -6_{10}$

- Was ist der Dezimalwert der Zweierkomplementzahl 1001_2?

1. 0110
2. + 1

$0111_2 = 7_{10}$, msb war vorher 1 also negativ: $1001_2 = -7_{10}$

MOODLE TEST IN ZWEI FOLIEN

Addition im Zweierkomplement

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Addiere 6 + (-6)

$$\begin{array}{r} 0110 \\ +\ 1010 \\ \hline \end{array}$$

- Addiere -2 + 3

$$\begin{array}{r} 1110 \\ +\ 0011 \\ \hline \end{array}$$

Addition im Zweierkomplement

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Addiere 6 + (-6)

```
   111
    0110
+   1010
 -------
   10000
```

- Addiere -2 + 3

```
   111
    1110
+   0011
 -------
   10001
```

Überlauf:
Ignorieren, wenn Positive und negative Zahlen gleicher Bitbreite addiert werden

MOODLE FRAGE

- Bitte jetzt auf Moodle eine Frage beantworten!